

VIBRATIONSANALYS FÖR TILLSTÅNDSBEDÖMNING AV BYGGKONSTRUKTIONER

Tillämpningsexempel



Niklas Grip, Natalia Sabourova,
Yongming Tu och Lennart Elfgren

2016-12-30

Fotot på omslaget visar fem provade konstruktioner. Överst en fackverksbro över Åby älv (ca 45 km väster om Piteå). Därunder en bågbro över Kalix älv, en förspänd bro vid gruvan i Kiruna med E10 i förgrunden och Malmbanan i facken bortanför, en fritt hängande betongplatta samt ett niovänings torn av betong för torkning av slangar vid brandstationen i Luleå.

FÖRORD

Denna rapport beskriver en metod för tillståndsbedömning av byggkonstruktioner med hjälp av vibrationsanalys.

Rapportens huvudförfattare är Niklas Grip, Natalia Sabourova, Yongming Tu och Lennart Elfgren. Dessutom har Zheng Huang, Chao Wang, Niklas Bagge, Jens Häggström, Jonny Nilimaa, Thomas Forsberg, Ola Enokson, Thomas Blanksvärd och Ulf Ohlsson bidragit med material och synpunkter och som medförfattare i artiklar och konferensbidrag.

Stort tack även till hjälpsamma tips och förslag från Mehdi Bahrekazemi (NCC), Anders Carolin (Trafikverket), Hans Hedlund (Skanska), Raid Karoumi (KTH), Tobias Larsson (NCC), Nils Rydén (PEAB) och Per-Ola Svahn (Skanska) i projektets referensgrupp. All mätteknik och alla experimentella försök har möjliggjorts genom hjälp från kollegorna på Complab vid LTU. Slutligen riktar vi ett tack till SBUF, Formas (dnr 2012–1037) och LTU för ekonomiskt bistånd.

Luleå den 30 december 2016

Niklas Grip, Natalia Sabourova, Yongming Tu och Lennart Elfgren

SAMMANFATTNING

I projektet beskrivs och tillämpas några metoder för tillståndsbedömning av olika typer av konstruktioner med och utan skador. Tillståndsbedömningen sker med hjälp av vibrationsanalys.

Detektering av skador av olika typ och storlek diskuteras. Randvillkorens betydelse undersöks för att få överensstämmelse mellan förutspådda och uppmätta egenmoder och egenfrekvenser.

Med den programvara som utvecklats är det möjligt att detektera sprickor i enkla betongplattor med hjälp av vibrationsmätningar. För mer avancerade konstruktioner finns en potential att vidareutveckla programvaran.

Mätningar och analyser presenteras för fem konstruktioner:

- (1) En betongplatta – Sprickor har kunnat identifieras utifrån vibrationsmätningar och en successivt uppdaterad finit element modell (FEM).
- (2) En bågbro av betong över Långforsen i Kalix älv – Okända randvillkor har kunnat bestämmas för t ex undergrundens styvhet med hjälp av uppmätta vibrationer. Detektering av specifika skador har ännu inte kunnat genomföras.
- (3) En fackverksbro av stål över Åby älv – En viss skadedetektering har kunnat genomföras med vibrationsmätningar. Brons sårbarhet för korrosion och lokala mekaniska skador har studerats.
- (4) En förspänd betongbro till gruvan i Kiruna – Modeller av bron har arbetats fram för obelastat och brottbelastat tillstånd och jämförts med uppmätta vibrationer med gott resultat.
- (5) Ett betonghus med nio våningar i Luleå – En FEM-modell av huset i bruksstadiet har tagits fram och resultat från den har jämförts med uppmätta vibrationer med gott resultat.

Metoder och resultat presenteras översiktligt i rapportens huvudtext. Detaljerade beskrivningar ges i appendix.

I appendix presenteras även en programvara med färdiga moduler för de undersökta konstruktionerna. Programmet kan laddas ner och användas fritt.

SUMMARY IN ENGLISH

In the project, methods are presented and applied for assessment of different types of building structures with and without damages. The assessment is done with help of vibration analysis.

Detection of defects of different types and sizes are discussed. The influence of boundary conditions is studied in order to get agreement between predicted and measured Eigen modes and Eigen frequencies.

With the program that has been developed, is it now possible to detect cracks in simple concrete structures with help of measurements of vibrations. For more advanced structures there is a potential to further develop the program.

Measurements and analyses have been made for five structures:

- (1) A concrete slab – Cracks have been detected based on vibration measurements and a successively updated Finite Element Model (FEM).
- (2) A concrete arch bridge at Långforsen in Kalix River - Unknown boundary conditions have been possible to determine with help of vibration measurements regarding for example foundation properties. Detection of specific damages has not yet been possible.
- (3) A steel truss bridge over Åby River – Some detection of damages has been possible to carry out with Finite Element Model updating regarding corrosion and mechanical damages.
- (4) A prestressed concrete bridge to the mine in Kiruna - Several models of the undamaged and damaged bridge have been established and they have been calibrated to measured vibration properties with good results.
- (5) A nine storey concrete building in Luleå – A FEM model has been developed for the serviceability limit state and results from it has been compared to measured vibrations with good results.

A general presentation is given of the developed methods and results in the main text. Detailed descriptions are provided in Appendices.

A program is presented with ready-to-use models for the studied structures. The program may be downloaded and is presented in detail in an Appendix.

INNEHÅLL

1. BAKGRUND	3
2. SYFTE	4
3. METODIK	5
4. UTFÖRDA UNDERSÖKNINGAR	7
4.1 PROGRAMVARA	7
4.2 BETONGPLATTA	8
4.3 BÅGBRO ÖVER LÅNGFORSEN I KALIX ÄLV	12
4.4 FACKVERKSBRO ÖVER ÅBY ÄLV	14
4.4 SPÄNNBETONGBRO I KIRUNA	19
4.5 NIOVÅNINGARS BETONGHUS I LULEÅ	22
5. DISKUSSION	24
6. FORTSATT FORSKNING	25
7. SLUTSATSER	26
LITTERATURFÖRTECKNING	27
APPENDIX	30
INNEHÅLL	30
A. INTRODUKTION	34
B. BETONGPLATTA	38
C. BÅGBRO AV BETONG ÖVER LÅNGFORSEN I KALIX ÄLV	45
D. STÅLFACKVERK ÖVER ÅBY ÄLV	49
E. FÖRSPÄND BETONGBRO VID GRUVAN I KIRUNA	50
F. BETONGBYGGNAD MED NIO VÅNINGAR I LULEÅ	67
G. OPTIMERING AV KIRCHHOFF-PLATTA	80
H. KALIBRERING AV ACCELEROMETRAR	93
I. UPPDATERINGSMETODER FÖR FINITA ELEMENTMODELLER (FEM)	95
J. KÄLLKOD FÖR PROGRAM	116
K. UPPDATERING AV MODELL AV SKADOR MED VARIATIONSMETOD	241
L. MODELLERING AV SKADOR I FÖRSPÄND BETONGBRO	266
REFERENSER	283
SAKREGISTER	287

1. BAKGRUND

Behovet av tillståndsbedömning av byggnader har ökat i Sverige och övriga världen under de senaste årtiondena. Påverkan från klimat och andra belastningar kan successivt bryta ner en byggnad, varvid sprickor och andra försvagningar kan uppkomma i till exempel pelare, väggar, plattor, bjälkar och grundläggning. Metoder för tillståndsbedömning kan då användas för att tillåta fortsatt bruk av konstruktionen med nuvarande eller ökade laster, alternativt ge information om vilka förstärkningsåtgärder som behöver vidtas för att förlänga byggnadens livslängd. En effektiv tillståndsbedömning främjar därför både miljö och samhällsekonomi.

Mätning och analys för tillståndsbedömning är traditionellt både dyrt och tidskrävande. Några anledningar till detta är komplicerad mätutrustning, krav på noggrann planering och kvalificerad personal, samt avancerade analysmetoder, som finns beskrivna i forskningsartiklar men som är tidskrävande att implementera och utvärdera. Allt eftersom prisnivån på robusta sensorer och annan teknologi går ner ökar möjligheterna att bygga in sensorer för kontinuerlig mätning och analys. På sikt är det därför önskvärt med mer lättillgängliga metoder för tillståndsbedömning som automatiskt identifierar viktiga nyckelvärden och helst redan på ett tidigt stadium varnar när en konstruktions svängningar ändras på ett sätt som kan indikera behov av underhållsåtgärder, se översiktsartiklar av t ex Doebling et al. (1998), Fan & Qiao (2011), Hong et al. (2012), Tang et al. (2012) och Casas & Rodrigues (2015). Ämnet behandlas också fortlöpande på vetenskapliga konferenser t ex IABSE Stockholm 2016, se Elfgrén, Jonsson, Karlsson, Rydberg-Forsbeck och Sigfrid (2016) och IALCCE Delft 2016, se Bakker, Frangopol och van Breugel (2016).

I ett tidigare projekt ”Inte bara broar – Vibrationsanalys för tillståndsbedömning”, SBUF nr 12513 (2011-2014), undersöktes hur vibrationsmätningar på en konstruktion kan användas för att identifiera olika svagheter, till exempel sprickor, se Grip (2013) och Hedlund et al. (2014). En programvara skrevs i MATLAB för sådan tillståndsbedömning med metoder som utgår från vibrationsmätningar och en finit elementmodell av den undersökta konstruktionen, Sabourova (2010), Grip and Sabourova (2011) och Forsberg et al (2013).. I detta fortsättningsprojekt vill vi göra dessa analysmetoder mer lättillgängliga och närmare undersöka hur pass små skador de klarar att indikera på några olika typer av konstruktioner. Vi vill även utvärdera hur samma metoder kan användas för att ge mer korrekta finita elementmodeller för konstruktioner med svårbestämda randvillkor, som till exempel när ett fundament vilar på jord med okända styvhetsgenskaper.

Vi gör detta genom att tillämpa de framtagna metoderna på en betongplatta, ett betonghus och på tre olika brotyper. En mer utförlig bakgrund ges i Appendix.

2. SYFTE

Projektets syfte är att

- (1) tillämpa de beskrivna metoderna för tillståndsbedömning på olika typer av konstruktioner med och utan skador enligt Figur 2.1
- (2) speciellt undersöka och redovisa hur väl skador av olika typ och storlek detekteras, och om osäkra randvillkor kan korrigeras så att en modell ger bättre överensstämmelse mellan förutspådda och uppmätta egensvängningar.
- (3) göra en förenklad och mer flexibel version av programvaran fri för nedladdning med färdiga moduler för de undersökta konstruktionerna. Härmed förenklas för företag i byggbranschen att tillämpa metoderna genom att ladda ned en färdig programvara som går att anpassa till att göra motsvarande analyser på valfria egna konstruktioner eller för modeller gjorda i andra finita elementprogram. Detta underlättar ett effektivt underhåll av olika byggnadskonstruktioner. Genom att kunna lokalisera svagheter i en konstruktion på ett tidigt stadium kan underhålls- och förstärkningsarbeten utföras och effekten av dessa kan undersökas genom en ny tillståndsbedömning. Detta kan förlänga en byggnads livslängd avsevärt.



Figur 2.1. Studerade konstruktioner. Överst fackverksbro över Åby älv, Nedtill från vänster: bågbro över Kalix älv, spännbetongbro vid LKABs gruva i Kiruna samt till vänster en hängande betongplatta och ett exempel på ett niovåningars betongtorn.

3. METODIK

I det tidigare projektet ”Inte bara broar – Vibrationsanalys för tillståndsbedömning”, SBUF nr 12513 (2012-2013), Grip (2013), utarbetades, som tidigare nämnts, en programvara för tillståndsbedömning av en konstruktion genom studium av nyckelparametrar i en finit elementmodell. Modellen förutsäger egenfrekvenser och motsvarande modformer. Dessa jämförs med motsvarande modformer och egenfrekvenser som erhållits från analys av vibrationsmätningar på konstruktionen. Lämpliga nyckelparametrar kan vara elasticitetsmodulen i olika delar av konstruktionen och/eller randvillkor.

Lokala variationer av uppdaterade parametrar kan indikera olika typer av yttre påverkan, som nedbrytning, varierande grundförhållanden eller brott i en del av konstruktionen. Programvaran och metoderna har tidigare testkörts på laboratiemätningar på en betongplatta, och har nu tillämpats genom fortsatta mätningar och uppdaterade finita elementmodeller.

Metoderna vi använder utnyttjar att konstruktioner har olika egensvängningar, som kan beskrivas med sin frekvens, modform och dämpning. Egensvängningarna kan exciteras artificiellt eller naturligt via till exempel vind och trafik. Metoder finns för *modalanalys* som delar upp mätta vibrationer i olika modformer med tillhörande frekvens och dämpning. Metoder för så kallad *finit element modell-uppdatering (FEM-uppdatering)* används för att uppdatera nyckelparametrar i en finit elementmodell av en byggnad. Detta görs på ett sådant sätt att uppmätta modformer och modfrekvenser stämmer så bra överens som möjligt med de modformer och modfrekvenser som förutsågs av den uppdaterade finita elementmodellen.

Syftet är att utveckla en mer flexibel programvara som inkluderar färdiga moduler för testkörning av olika konstruktioner bland annat en betongplatta och olika brotyper. Olika problem för olika typer av konstruktioner kan demonstreras. Metoderna som används fungerar allmänt på konstruktioner utan rörliga delar och de är inte begränsade till en viss typ av konstruktion, som till exempel broar.

Metoder för FEM-uppdatering finns beskrivna i olika forskningsartiklar, se referenser i Grip (2013). Vissa delalgoritmer finns beskrivna i böcker som Nokedal & Wright (2006), Friswell & Mottershead (1995) och Morassi & Vestroni (2008). Det är dock besvärligt och tidskrävande att implementera dem och det saknas en flexibel programvara som kan laddas ned och relativt enkelt anpassas för de konstruktioner och finita elementprogram man själv vill använda metoderna på.

Vi tog ett första steg i den riktningen med en MATLAB-kod som publicerades i Grip (2013). MATLAB-koden har nu strukturerats om för att bli enklare, mer lättlast och framför allt mer flexibel. En viktig del i omstruktureringen är att använda så kallad objektorienterad programmering för att göra det enklare för andra att återanvända koden och anpassa den efter sina behov. Vill till exempel någon använda programvaran tillsammans med ett annat finit elementprogram så skall allt som behöver ändras vara begränsat till väl avskilda delprogram som ligger i separata foldrar. Motsvarande gäller till exempel för ändringar till en annan konstruktion eller ändringar av vilken numerisk optimeringsmetod som används.

I projektet utnyttjar vi den nya mer flexibla programstrukturen till att tillämpa analysmetoder på väsentligt olika konstruktioner. Speciellt intressanta är en spännbetongbro i Kiruna och en fackverksbro över Åby älv. Det är två helt olika konstruktioner, för Åby-bron har vi gjort mätningar före och efter mindre skador samt efter belastning till brott. För Kiruna-bron har vi

också gjort sådana mätningar. En betongbågbro över Kalix älv är intressant eftersom nyckelparametrarna som vi vill uppdatera där inte är elasticitetsmodul i olika delar av bron, utan randvillkoren som är osäkra eftersom de två brofundamenten är grundlagda på mark med okända egenskaper. Denna typ av randvillkor brukar påverka dynamiska egenskaper mer än elasticitetsmoduler i enskilda delar av en konstruktion. En av de uppmätta egensvängningarna avvek betydligt mer än övriga från den frekvens som förutsågs av en detaljerad och noggrant gjord finit elementmodell. Vi är speciellt intresserade av om en automatisk uppdatering av randvillkoren minskar denna observerade avvikelse mellan modell och verklighet.

For fackverksbron har belastning redan skett till plastisk deformation av vissa balkar. Denna deformation är tydligt synlig för ögat, men ändrar ej balkarnas elasticitetsmodul, så vi förväntar oss inte mer än en högst marginell ändring av bronns dynamiska egenskaper. Vi vill istället undersöka ej synliga skador som sprickor i svetsfogar eller nitförband i knytpunkter mellan olika pelare. Vi redovisar också hur modellering av korrosion och av en skada i ett enskilt fackverkselement påverkar bronns bärförmåga och robusthet.

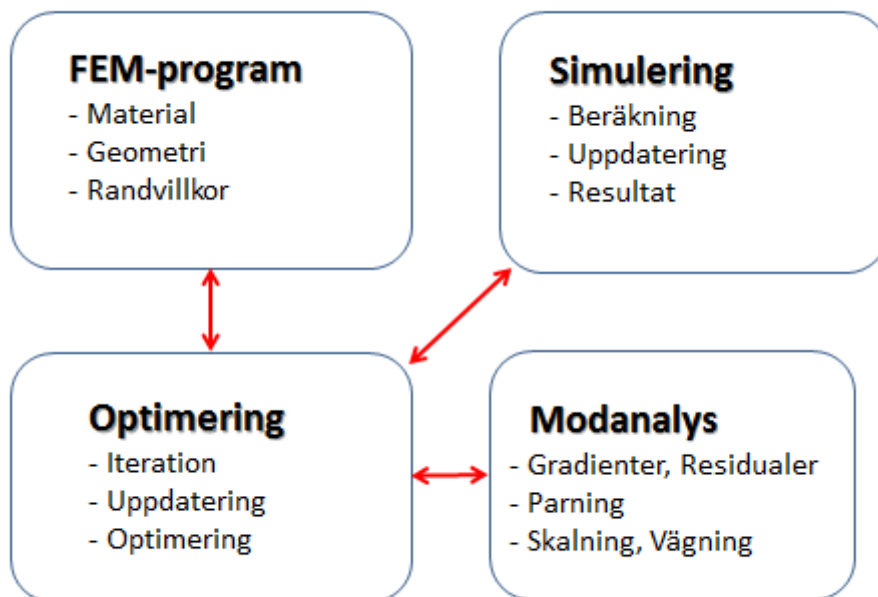
4. UTFÖRDA UNDERSÖKNINGAR

4.1 Programvara

Den programvara som beskrevs i Grip (2013) för FEM-uppdatering har nu överarbetats och strukturerats om. Den innersta kärnan utför fortfarande samma FEM-uppdateringsalgoritm som tidigare, med någon liten felkorrigerande för viktning av olika uppdateringsparametrar. I övrigt har allt skrivits om i objektorienterad Matlab med struktur enligt Figur 1, där till exempel alla kommandon som rör interaktion med FEM-programvara ligger i en klass och alla kommandon för optimeringsalgoritmen är i en separat klass. En närmare presentation av hur programmet används ges i Appendix.

Några av de större nyheterna är

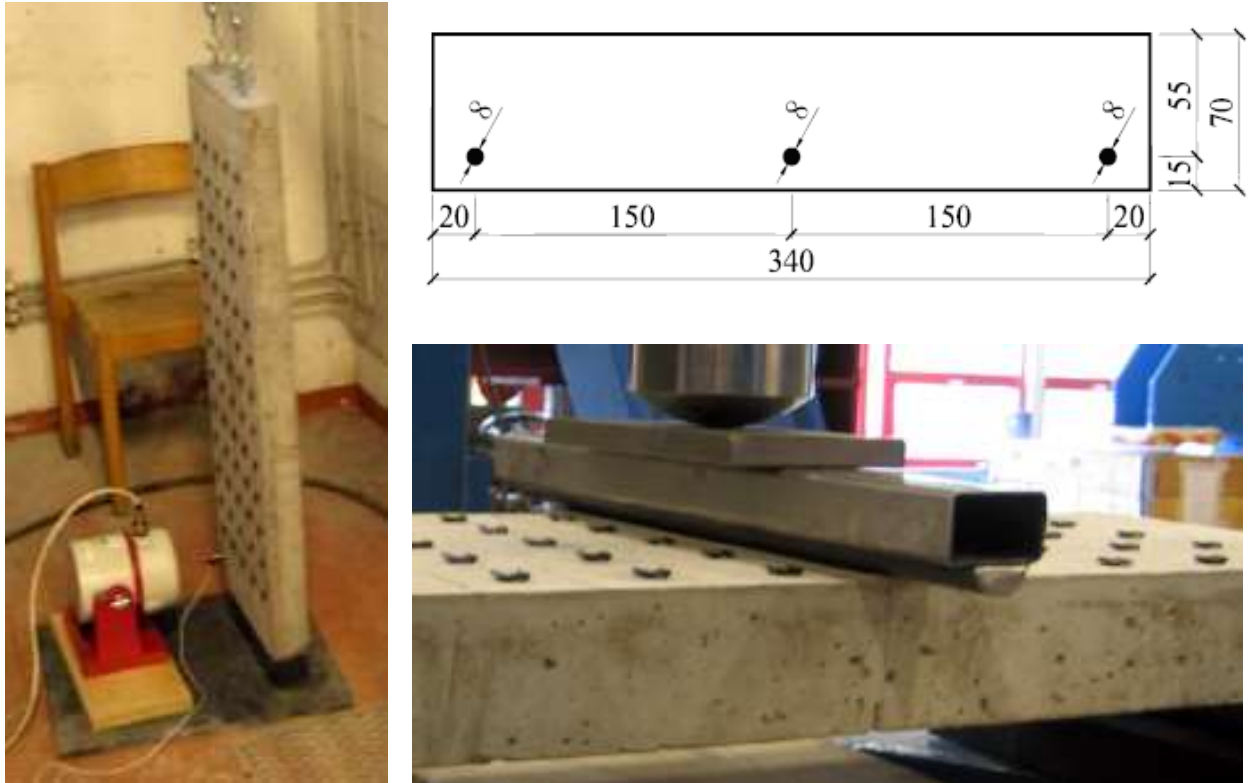
- Nya datatyper för att kunna hantera olika typer av finita element (skalelement, balkelement, samt fjädrar för randvillkor). Även nya metoder för att hantera de nya datatyperna, generaliserade nog för att kunna klara både två- och tredimensionella modeller av de konstruktioner av de olika typer som ingår i projektet.
- Nya indatafiler där användaren kan definiera alla viktiga parametrar för ett nytt projekt och göra indelning i de grupper av element som hör till en och samma uppdateringsparameter.
- En ny plottningsfunktion som (beroende på elementtyp i indata) klarar att plotta modformer för flera olika typer av konstruktioner.



Figur 4.1 Struktur för program för detektering av defekter med hjälp av vibrationsmätningar

4.2 Betongplatta

Som ett första steg för att utvärdera metoder för FEM-uppdatering gjorde vi i laboriemiljö mätningar på en fritt upphängd armerad betongplatta, se Figur 4.2. Plattan har storleken $1\ 050 \times 340 \times 70$ mm och var försedd med tre längsgående armeringsjärn, Grip (2013).



Figur 4.2. Fritt hängande betongplatta, storlek $70 \cdot 340 \cdot 1050$ mm, med längsgående armering av 3 $\phi 8$ mm. Till vänster ses en apparat som kan skaka plattan. Plattan har 65 accelerometrar i fem rader med 13 i varje. Till höger visas en sektion av plattan och belastningen för att åstadkomma Fall 3 med en sågad spricka i underkant utökad med hjälp av en linje-last.

Som en första jämförelse utfördes modalanalys på de fria vibrationer som erhöles när man knackade med fingrarna på baksidan av plattan. Plattan exciterades därefter även med en maskinell skakare. Inga egentliga skillnader erhöles i resulterande modformer och frekvenser. Plattan utsattes därefter för olika skadefall genom att en spricka sågades tvärs plattan i mittnittet:

Fall 0: Ingen skada

Fall 1: 6,5 mm djup sågad spricka

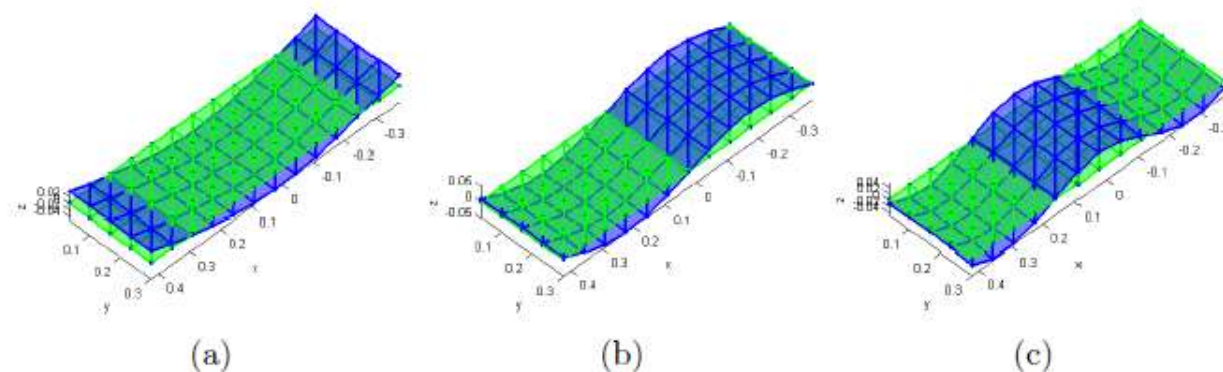
Fall 2: 13,5 mm djup sågad spricka

Fall 3: Som Fall 2 + sprickor från belastning med en linjelast om totalt 6,5 kN (18,5 kN/m)

Fall 4: Djupare sprickor än i Fall 4 genom att med tvingar öka lasten

Plattan var fritt upphängd för att isolera den från andra vibrationer. Från mätningar av den exciterande kraften och 65 exaxliga accelerometrar placerade i $5 \cdot 13 = 65$ punkter kunde plattans frekvenssvar i varje sådan punkt räknas ut. Sedan kunde modformer och frekvenser beräknas med standardmetoder.

Figur 4.3 visar de tre första böjmodformerna och Tabell 4.1 motsvarande egenfrekvenser för de fem olika skadefallen, Grip et al (2017).



Figur 4.3 De tre först mätta böjmoderna. Grön färg visar den odeformerade plattan.
 (a) Mod. 1: egenfrekvens $f = 249,03 \pm 0,11$ Hz. (b) Mod 3: $f = 668,40 \pm 0,52$ Hz.
 (c) Mod. 5: $f = 1269,88 \pm 0,38$ Hz. Grip et al (2017).

Tabell 4.1. Egenfrekvenser (i Hertz med standardavvikelser) för de 3 första böjmoderna för oskadad och skada platta. Grip et al (2017)

Mod	Oskadad platta	Fall 1	Fall 2	Fall 3	Fall 4
Mod 1	249,03±0,11	243,00±0,11	239,00±0,10	217,13±0,60	192,60±0,54
Mod 3	668,40±0,52	660,99±0,92	661,48±0,22	638,24±0,57	604,20±0,28
Mod 5	1269,88±0,38	1256,97±0,80	1257,13±0,94	1221,70±0,58	1159,06±0,53

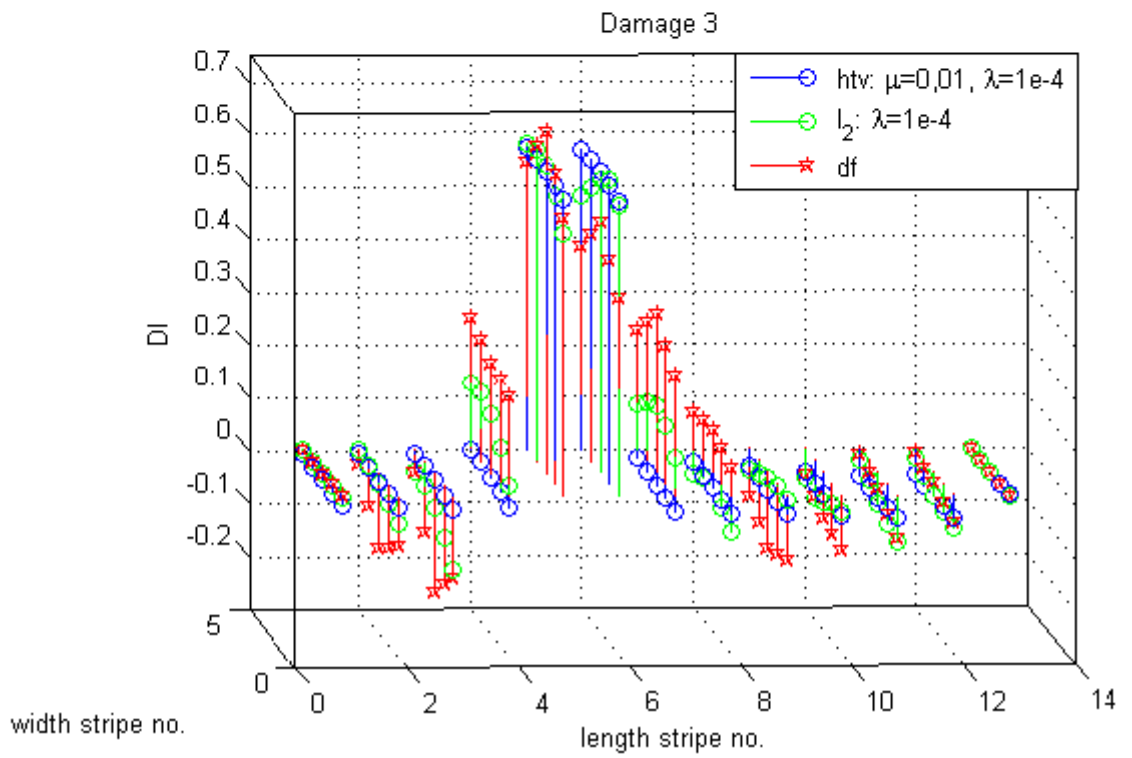
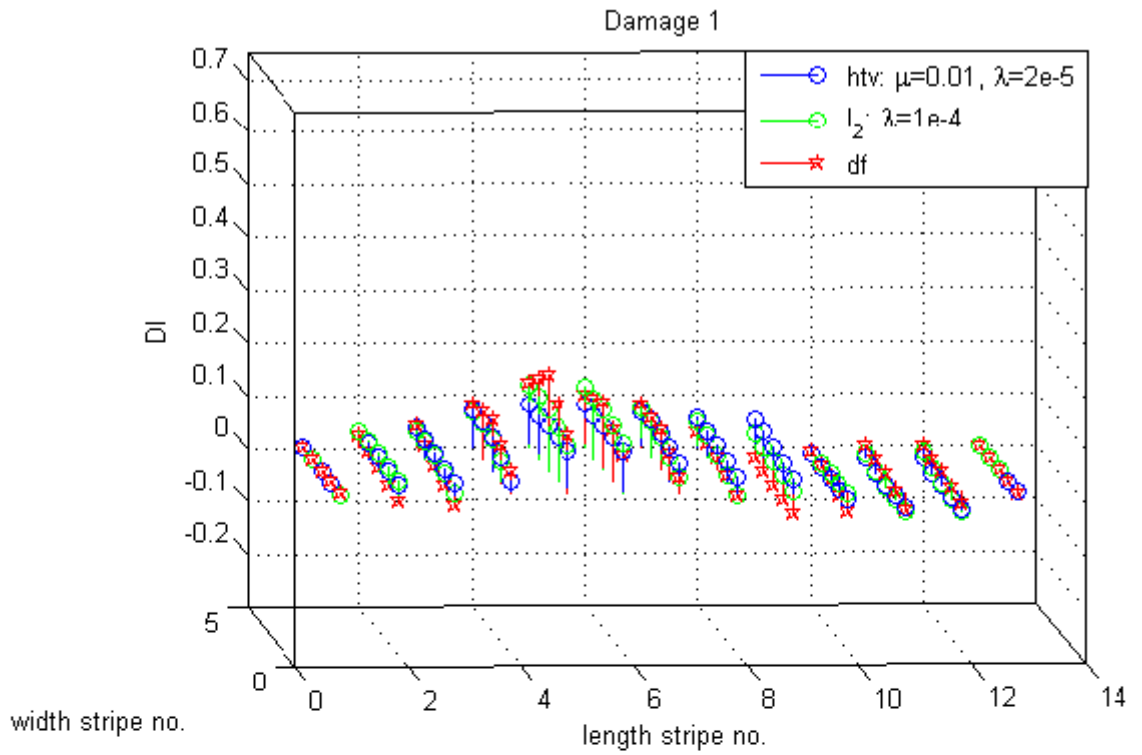
Sensitivitetsbaserad Finit Element Metod Uppdatering (FEMU) är en accepterad metod för skadeidentifiering i konstruktioner. FEMU kan formuleras som ett numeriskt optimeringsproblem som kan lösas iterativt genom automatisk uppdatering av de osäkra parametrarna. Detta sker genom att minimera skillnaden mellan uppmätta och analytiskt erhållna egenskaper. Brus i mätningarna gör resultaten känsliga. Detta beskrivs matematiskt som en instabilitet i skadeidentifieringen av det inversa problemet. En möjlig väg att lösa detta är att använda regulariseringsmetoder baserade på minimering av den totala variationen av de osäkra modellparametrarna och jämföra med en regularisering baserad på interpolationsteknik. För väl-lokaliserade skador visar resultaten en klar fördel, Grip et al. (2017).

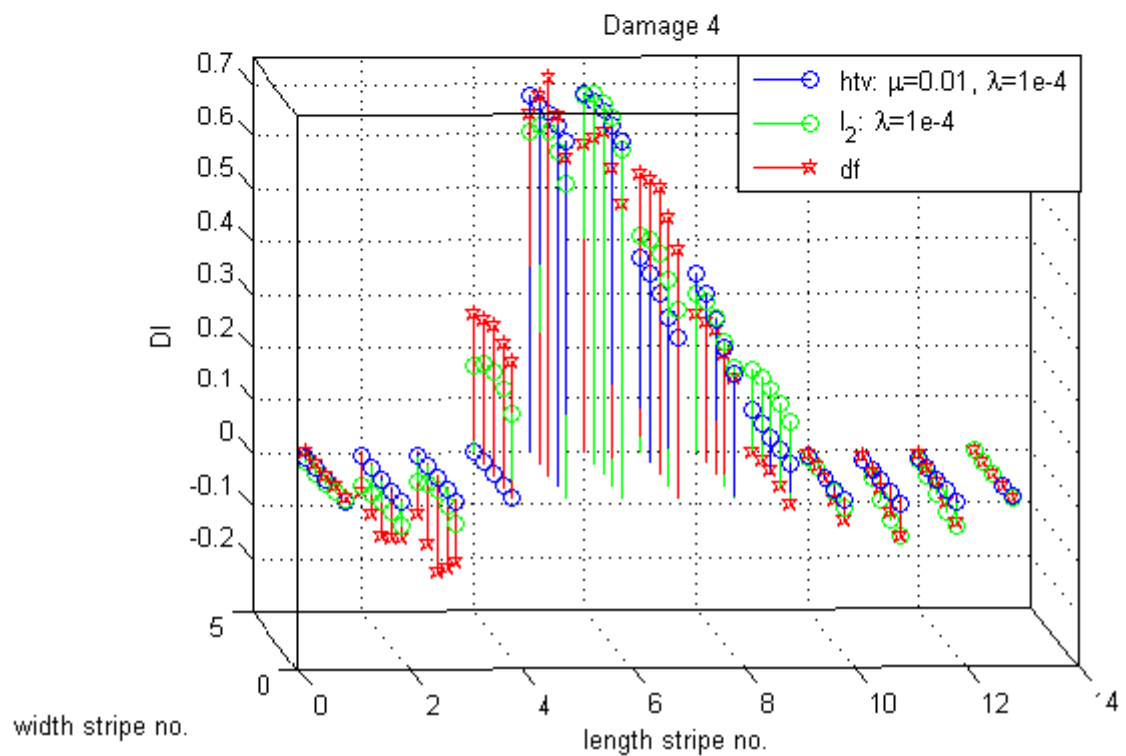
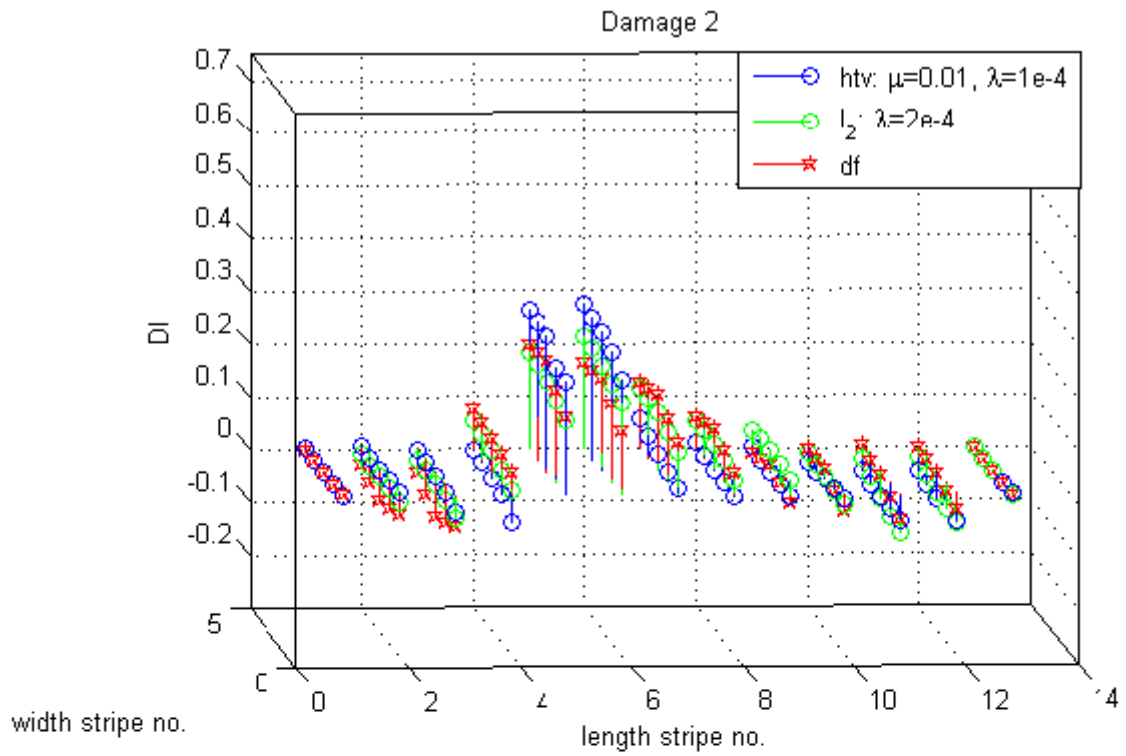
Några resultat som illustrerar metoden visas i Figur 4.4.

Man definierar en skadefunktionen DI (Damage Index) som

$$DI = \frac{E_i^0 - E_i}{E_i^0}$$

där E_i är den uppdaterade elasticitetsmodulen och E_i^0 är den initiala elasticitetsmodulen för den i :te gruppen.





Figur 4.4, Jämförelse mellan skadeindex DI (Damage Index) i olika delar av plattan bestämd med olika metoder för de fyra skadefallen i Tabell 4.1. htv = Huber totalvariation; $l_2 = l_2$ -norm och df = skadefunktion, Grip et al. (2017).

4.3 Bågbro över Långforsen i Kalix älv

Bågbroen över Långforsen i Kalix älv byggdes 1960 när järnväg drogs från Kalix till Morjärv för att underlätta transporten av timmer, massa och papper. Banan anslöts i Morjärv till den befintliga banan mellan Haparanda och Boden som byggts 1900-1919. En ny kustnära linje mellan Haparanda och Kalix byggdes 2008-2012 som ett första steg i en ny Norrbottniabana. I samband med detta önskade man höja den ursprungliga axel-lasten 22,5 ton till 25 ton på delen mellan Kalix och Boden och en tillståndsbedömning påbörjades därför av bron vid Långforsen, se Sabourova et al. (2016).



Figur 4.4 Järnvägsbron vid Långforsen över Kalix älv byggd 1960. Bågen har 87 m fri spannvidd.

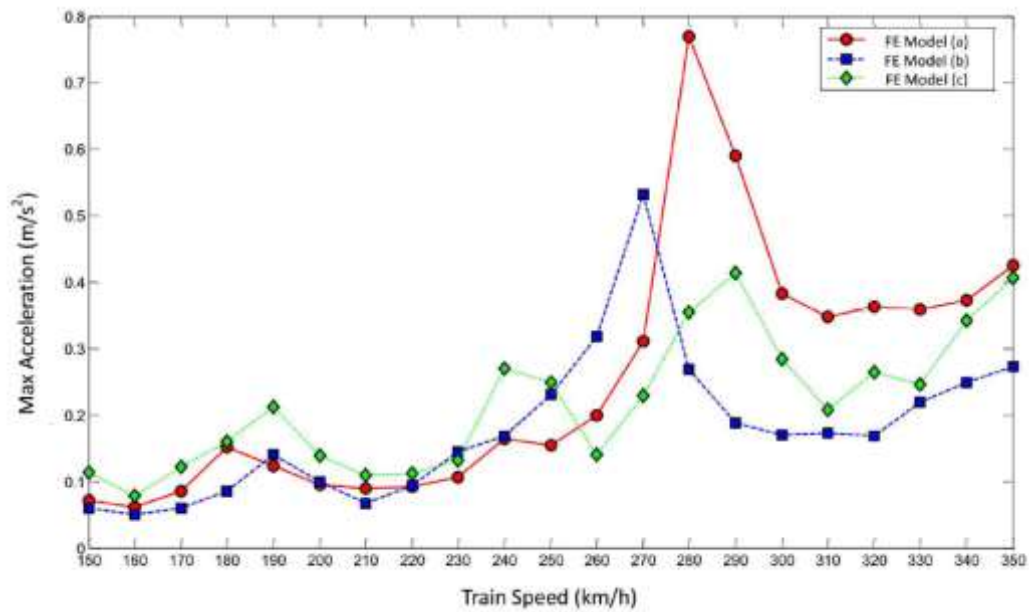
Mätningar gjordes och bron har modellerats med finit element metod, Wang et al (2016). Modellerna har successivt uppdaterats, den första modellen gjordes med 780 enkla balk-element, den andra med 4 997 element (skalelement i båge och farbana och balkelement i farbanebalkar och pelare) och den tredje modellen med 47 438 element (skalelement i huvudkonstruktionen, tredimensionella balkelement i pelarna och masselement för ballasten), se Figur 4.5. Modellerna har uppdaterats med avseende på jordens kompressionsmodul E_s och betongens densitet ρ_c och elasticitetmodul E_c . Jordens kompressionsmodul E_s sänktes från 25 till 12 kg/cm³; betongens densitet ρ_c sänktes från 2,6 till 2,48 t/m³ och dess elasticitetsmodul E_c höjdes från 32,5 till 39,8 GPa. Uppmätta och beräknade egenfrekvenser för de 7 första moderna visas i Tabell 4.2.

Tabell 4.2. Mätta och beräknade egenfrekvenser (Hz) efter uppdatering för bron över Långforsen

Mod	Mätt frekvens	Modell a	Modell b	Modell c
1	1,790	1,7847	1,7928	1,7819
2	-	2,4363	2,5475	2,5528
3	3,184	3,3918	3,0886	3,1697
4	3,436	4,0502	3,4332	3,5023
5	4,158	4,3589	4,1437	4,2924
6	5,015	5,7646	5,2969	5,0425
7	5,964	6,0087	5,8357	5,8469



Figur 4.5. Tre successivt förfinade finita elementmodeller a, b och c av bron vid Långforsen



Figur 4.6. Maximal acceleration som funktion av tåghastigheten för de tre modellerna i Figur 4.5.

4.4 Fackverksbro över Åby älv

Järnvägsbron över Åby älv ligger på norra stambanan ca 45 km väster om Piteå. Det är en fackverksbro och den togs i bruk 1955, se Figur 4.7. På grund av problem med bland annat spårläget byttes bron 2012, I samband härmed gjorde mätningar medan bron fortfarande var i bruk. Den lyftes därefter åt sidan, placerades på nya upplag och provades till brott 2013, se Grip (2013) och Häggström (2016a, b).

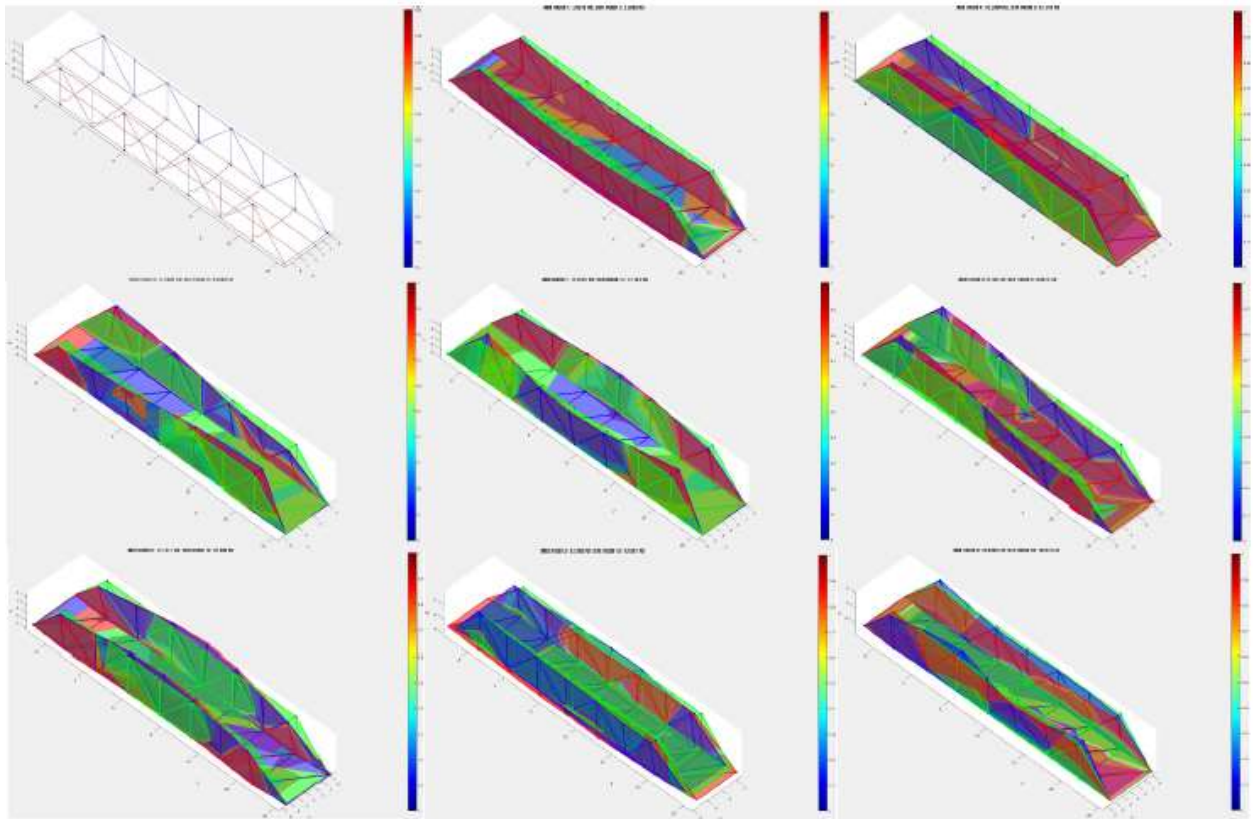


Figur 4.7. Järnvägsbron över Åby älv från 1955. (Foto Thomas Blanksvärd)

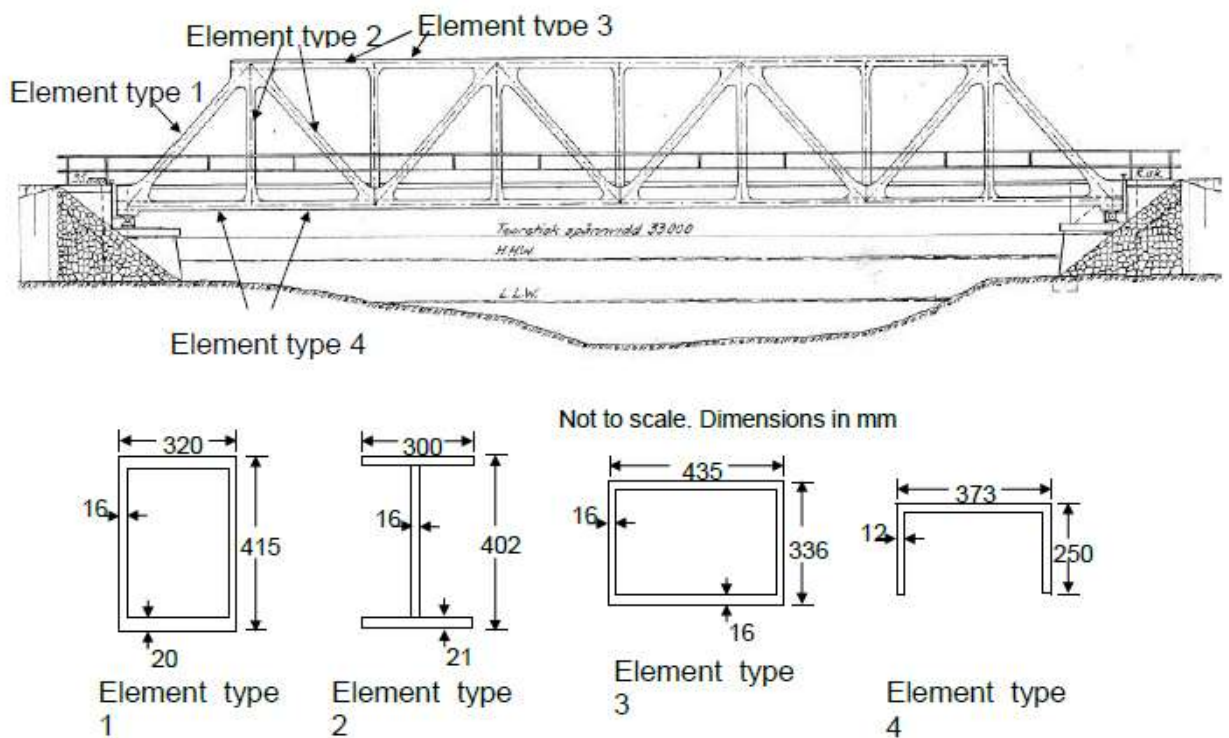
Exempel på svängningsmoder som erhållits med uppdaterade FEM-program ges i Figur 4.8 och i Appendix.

Inverkan av skador på bron har även studerats i EU-projektet MAINLINE. Allmän information om projektet ges i Nilimaa et al. (2016) och Paulsson et al. (2016) och inverkan av skador behandlas i ML-D1.3 (2015). Beräkningarna har utförts av Joan Ramon Casas vid Universitat Politècnica de Catalunya i Barcelona, Spanien, i samarbete med Michel Goshn, City College of New York.

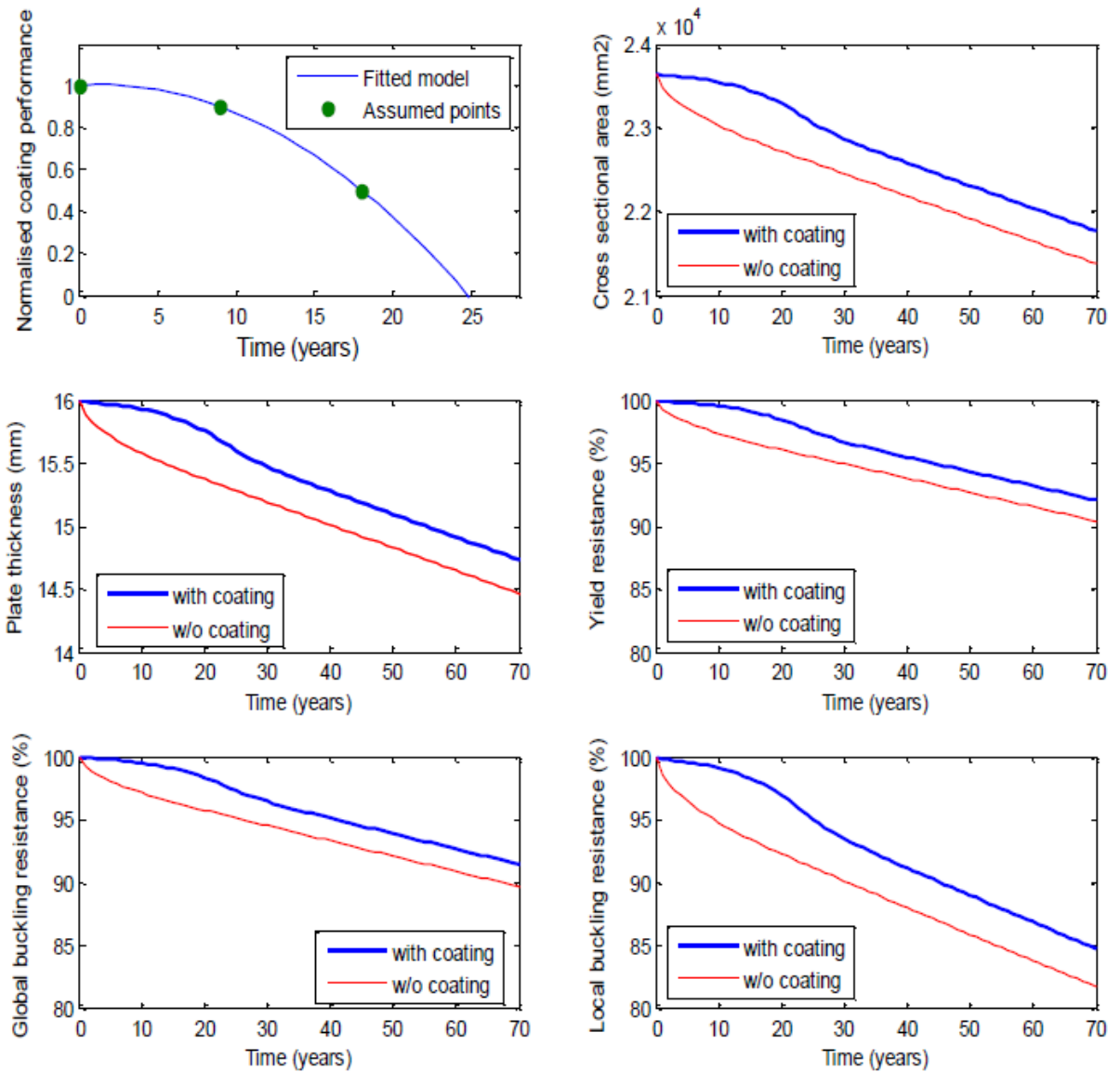
Bärförmåga som funktion av olika korrosionsskador på grund av målningens nedbrytning för bron beskrivs i Figurerna 4.9 - 4.11. Tidsberoende skador på elementtyp 3 i Figur 4.9 redovisas i Figur 4.10 med och utan målning. Den största skadan erhålls då alla delar korroderar lika mycket (CGEN), se Figur 4.11, följt av fallet med lokala skador på den övre lådbalken (O4). Skador på övriga balkar och stänger har betydligt mindre inverkan (V5, V4, D4, T5, T4). Trots att målningen helt upphör att verka minskar den relativa bärförmågan endast från 1 till 0,955 dvs med 4,5 %, ML-D1.3 (2015).



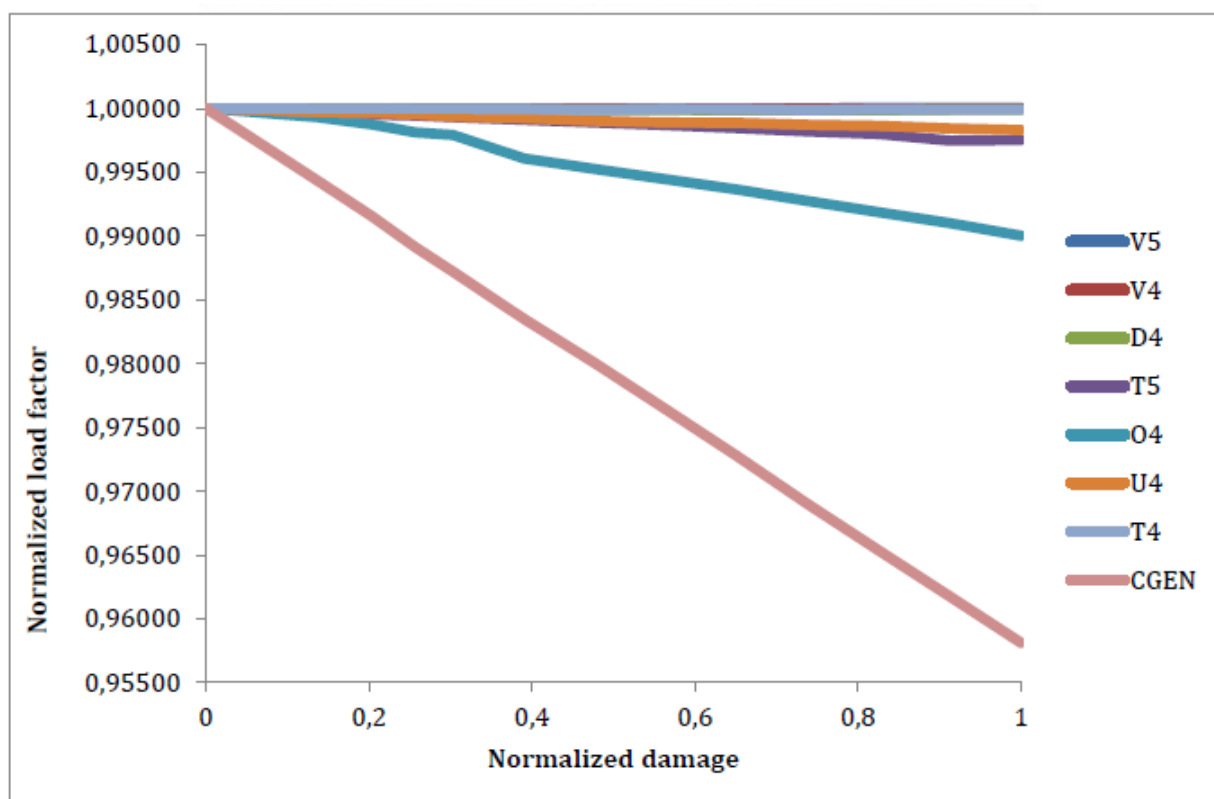
Figur 4.8. Exempel på svängningsmoder erhållna i uppdaterade FEM-beräkningar för bron över Åby älv.



Figur 4.9 Elementtyper som undersökts med avseende på skadetålighet, ML-D1.3 (2015)

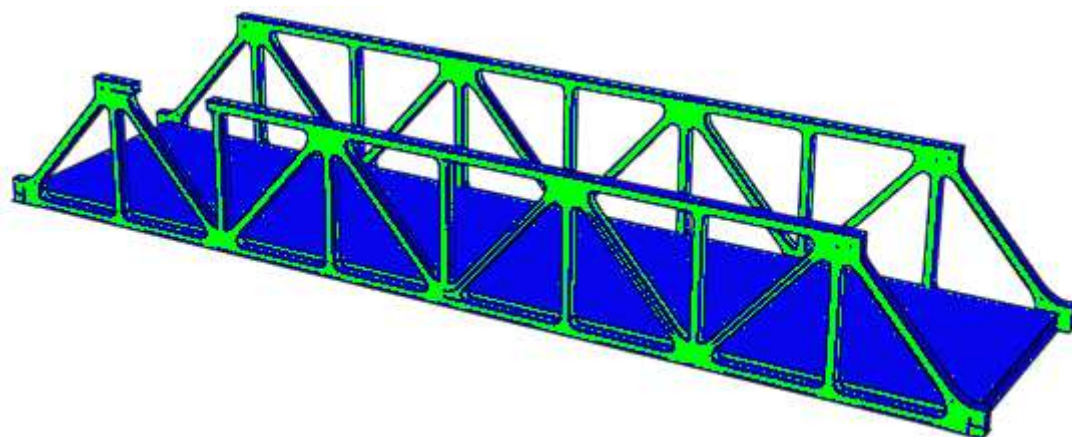


Figur 4.10 Tidsberoende skador på elementtyp 3 i Figur 4.9 med och utan målning (tjock blå respektive tunn röd kurva). Överst t.v. antaget nedbrytningsförlopp för målningen, t.h. minskning av tvärsnittsarea; Mellan t.v. plåttjocklek, t.h. flytning. Nederst t.v. globalt bucklingsmotstånd och t.h. lokalt bucklingsmotstånd, ML-D1.3 (2015)

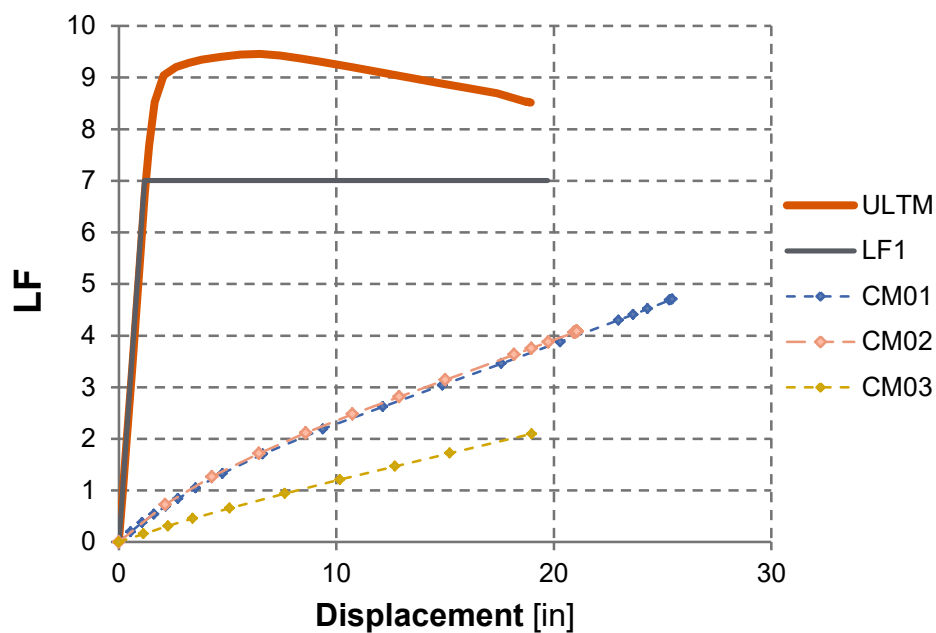


Figur 4.11 Bärförmåga som funktion av olika korrosionsskador på grund av målningens nedbrytning för bron i Figur 4.9. Den största skadan erhålls då alla delar korroderar lika mycket (CGEN), följt av fallet med lokala skador på den övre lådbalken (O4). Skador på övriga balkar och stänger har betydligt mindre inverkan (V5, V4, D4, T5, T4). Trots att målningen helt upphör att verka minskar den relativa bärförmågan endast från 1 till 0,955 dvs med 4,5 %. ML-D1.3 (2015).

Brons redundans för olika skador studeras även. Ett exempel visas i Figur 4.12 med ett skadefall där den övre rambalken närmast upplaget gett vika. Olika placeringar av skadan illustreras i Figur 4.13 och det framgår där att en skada i facket närmast mitten ger störst reduktion i bärförmåga.



Figur 4.12. Ett möjligt skadefall med brott nära upplaget i en överramslådbalk, ML-D1.3 (2015).

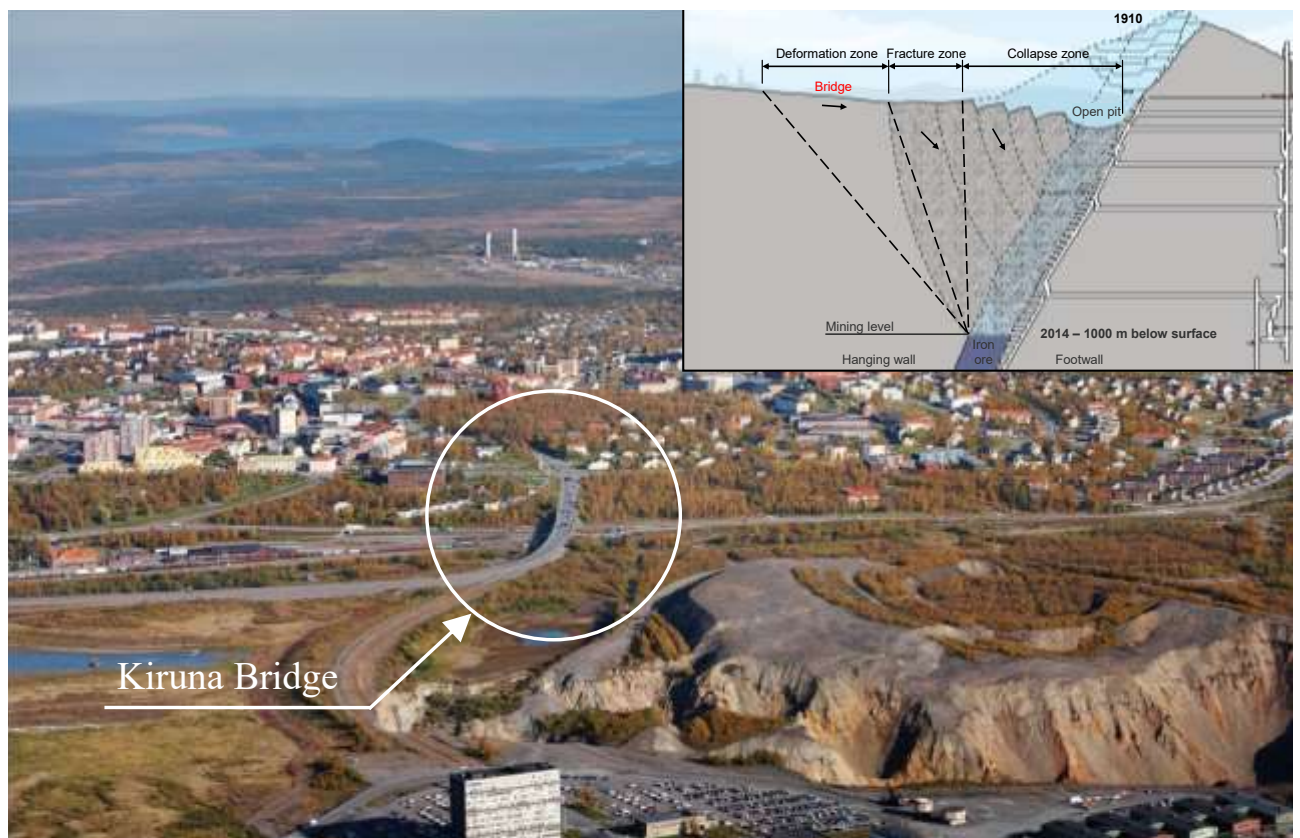


Figur 4.13. Beräknade last-deformationskurvor för olika skadefall. ULTM = brottstadieberäkning för oskadad bro; LF1 = linjärt elastiskt brott i mest utsatt del; CM0X = en överrambalk (compressed member) är skadad; CM01 = överrambalken är skadad i facket närmast upplaget, se Figur 4.12; CM02 = balken är skadad i fack nr 2 från upplaget; CM03 balken är skadad i fack nr 3 från upplaget. Det senaste fallet ger lägst bärförmåga. ML-D1-3 (2015)

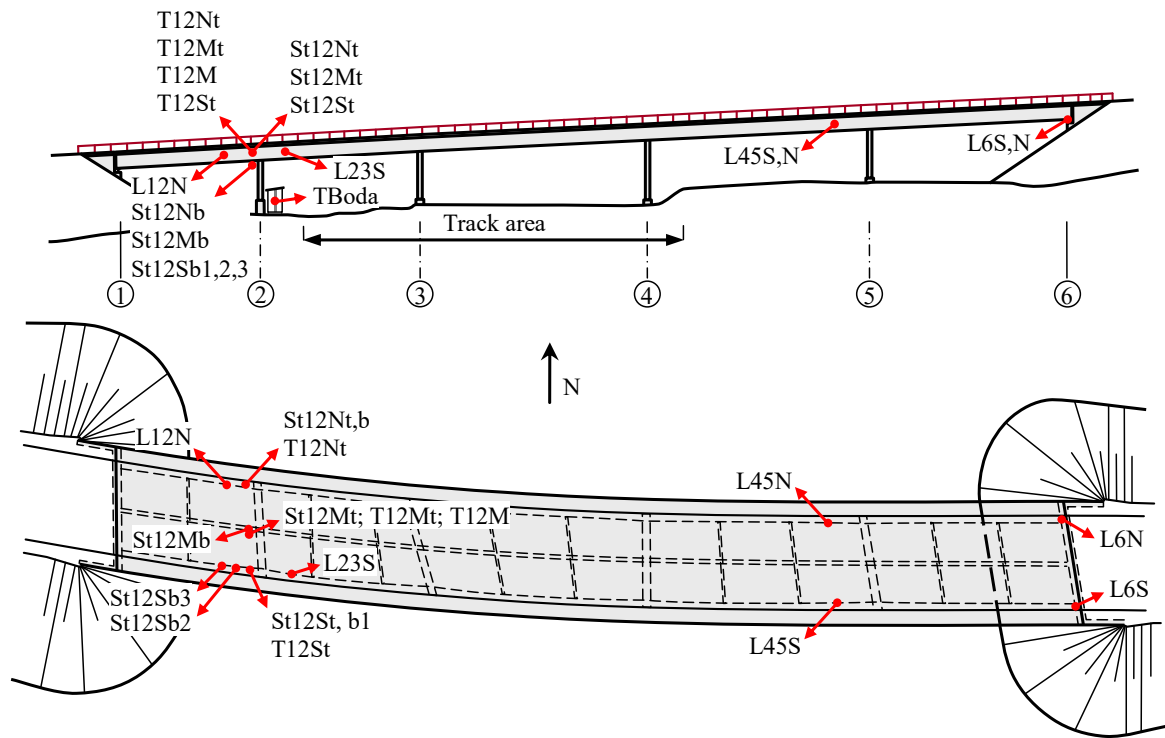
4.4 Spännbetongbro i Kiruna

Spännbetongbron i Kiruna byggdes 1959 för att förena gruvområdet med stadscentrum. Den bestod av fem spann med längderna 18,00, 20,50, 29,35, 27,15 och 26,5 m och gick över Europaväg E10 och järnvägen (Malmbanan) mellan Luleå och Narvik, se Figur 4.14 och 4.15. På grund av att gruvan successivt fördjupades kom bron att hamna i deformationszonen och mätningar påbörjades av deformationer och accelerationer, Sabourova (2010). Enochsson et al. (2011), Grip (2013). I samband med att man beslutade att riva bron initierades ett forskningsprojekt där ytterligare mätningar utfördes och där bron i juni 2014 belastades till brott i spannet med längden 20,5 m, Bagge (2014), Elfgren et al. (2015), Huang et al.(2016).

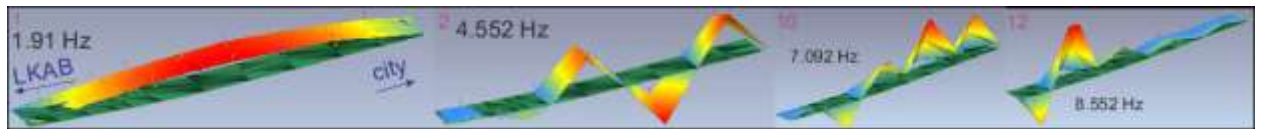
Accelerometermätningar med naturliga (ambienta) vibrationer utfördes dels i maj 2014 på den oskadade bron och dels två gånger i augusti på den skadade bron. Några resultat redovisas i Figur 4.16, Tabell 4.3 och i Appendix. De mätta egenfrekvenserna minskar mellan 1 och 11 % för de olika moderna när bron skadats.



Figur 4.14. Gruvbrytningen i Kiruna ger upphov till stora marksättningar och dessa påverkade bron mellan gruvområdet och stadscentrum. Bild från 2010 innan bron provbelastades och revs.



Figur 4.15. Geometri för spännbetongbron i Kiruna med placering av givare för töjningar och deformationer, Enochsson et al. (2016).



Figur 4.16. Uppmätta frekvenser för moder för oskadad bro och motsvarande beräknade former för moderna 1, 2, 10 och 12. Jämför med Tabell 4.3. Huang et al (2016).

Tabell 4.3. Jämförelse mellan beräknade frekvenser f för två elementmodeller (skal respektive skal-balk) och för mätta värden och för dämpning ξ för oskadad och skadad bro. Δf anger procentuell förändring från oskadad till skadad bro. Huang et al.(2016).

Mod nr	f_{shell} (Hz)	$f_{\text{shell-beam}}$ (Hz)	$f_{\text{undamaged}}$ (Hz)	f_{damaged} (Hz)	Δf (%)	$\xi_{\text{undamaged}}$ (%)	ξ_{damaged} (%)
1	1.8172	1.8692	1.91 ± 0.005	1.851 $\pm 0.009\ 081$	-3.1	2.275 ± 0.452	0.965 $\pm 0.183\ 2$
2	4.2269	4.0998	4.552 ± 0.007	4.437 $\pm 0.000\ 017\ 86$	-2.59	1.301 ± 0.117	0.825 ± 0.0005689
4	4.7311	4.7456	5.03 ± 0.002	4.928 $\pm 0.000\ 000\ 558$	-1.0	0.912 ± 0.014	3.059 $\pm 0.000\ 019\ 4$
7	5.4223	5.4743	5.543 ± 0.001	5.289 $\pm 0.000\ 000\ 652$	-4.8	1.309 $\pm .029$	2.46 $\pm 0.000\ 021\ 5$
8	—	—	5.582 ± 0.003	5.142 $\pm 0.013\ 04$	-8.6	3.277 ± 0.041	1.268 $\pm 0.223\ 1$
9	5.7191	5.7837	5.867 ± 0.008	5.74 $\pm 0.000\ 000\ 569$	-2.2	2.575 ± 0.238	1.379 $\pm 0.000\ 020\ 1$
10	6.9174	6.7435	7.092 ± 0.003	6.882 $\pm 0.000\ 840\ 7$	-3.1	2.968 ± 0.179	2.271 $\pm 0.025\ 47$
12	8.2929	8.1370	8.552 ± 0.002	7.676 $\pm 0.000\ 000\ 619$	-11.4	1.603 ± 0.033	3.37 $\pm 0.000\ 014\ 8$
16	—	—	13.447 ± 0.059	12.94 ± 1.248	-3.9	1.682 ± 0.549	0.541 $\pm 0.255\ 9$

4.5 Nio vånings betonghus i Luleå

Som komplement till de mätningar som redovisats ovan planerade vi att göra motsvarande mätningar och analys på en prototyp till ett modulbyggt studentboende på universitetsområdet i Luleå. Planerna för bygget försenades dock så att några mätningar inte kunde göras inom ramen för detta SBUF-projekt.

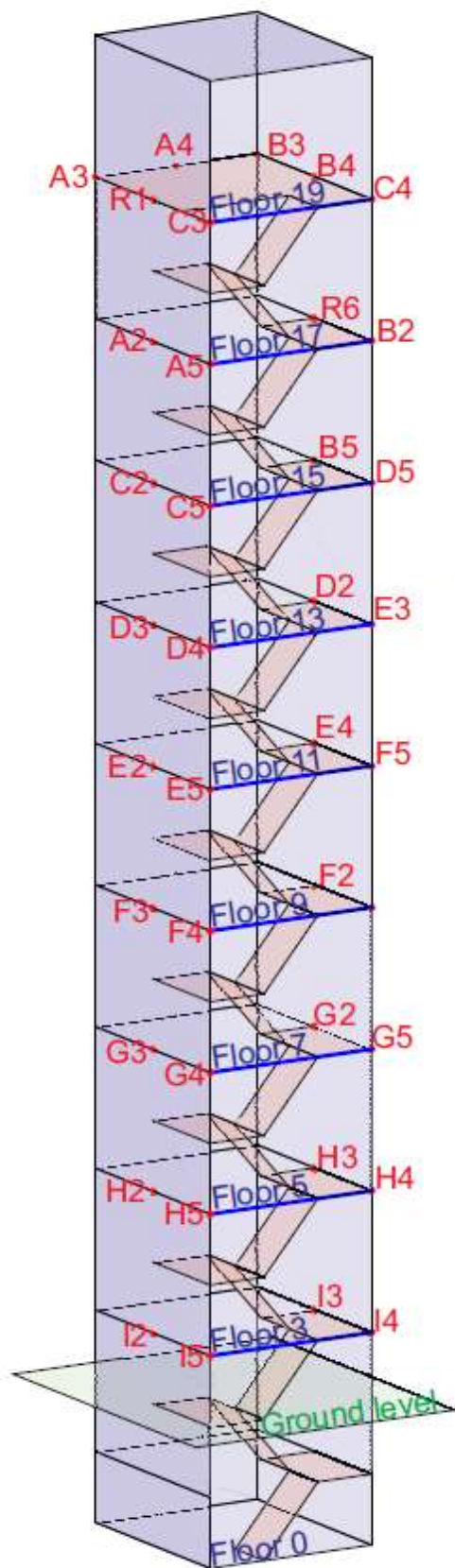
Som en annan intressant byggnad valdes då ett torn för torkning av brandslangar vid Luleå Räddningstjänsts anläggning i centrala Luleå. En speciell egenskap hos tornformade byggnader är att de ofta har olika vibrationsmoder som ligger nära i frekvens. Detta ställer höga krav på metoder för vibrationsanalys och FEM-uppdatering som klarar att hålla isär vibrationsmoder som ligger nära i frekvens.

För denna byggnad har FEM-modellen gjorts i programmet Comsol för att undersöka och demonstrera vilka anpassningar som behöver göras av programvaran för att FEM-uppdateringen skall fungera ihop med ett helt annorlunda FEM-program än Abaqus, som använts för övriga konstruktioner som beskrivs i denna rapport.

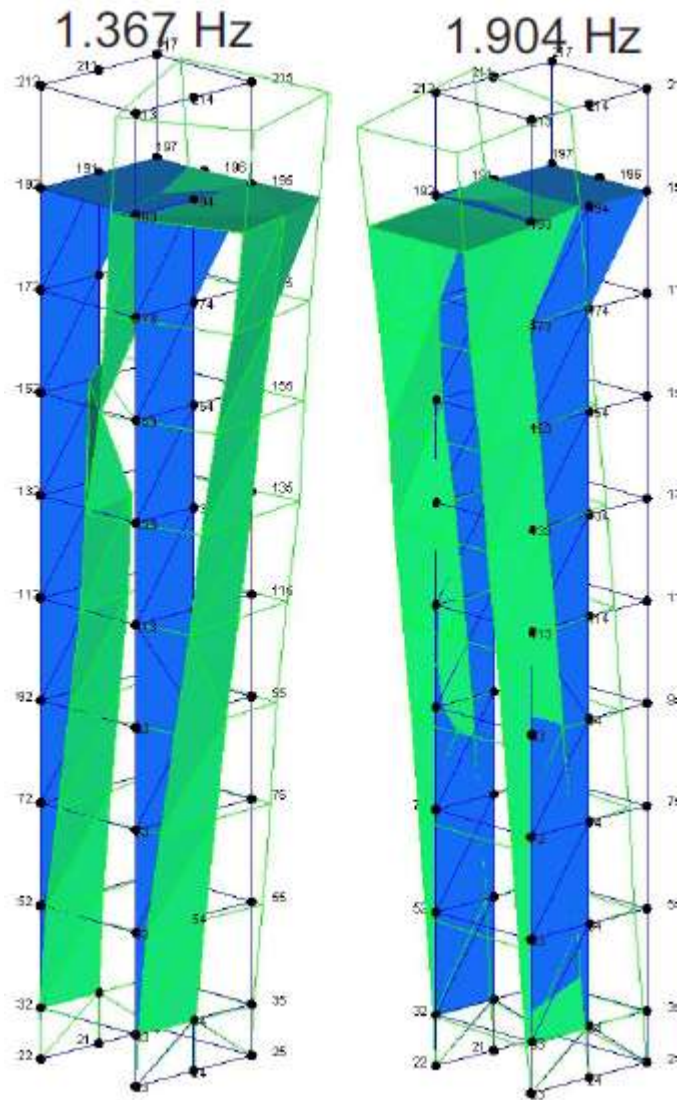
Slangtornet uppfördes cirka 1965 av platsbygd betong, Figur 4.17 – 4.18



Figur 4.17. Slangtornet vid Luleå Räddningstjänsts anläggning.



Figur 4.18. Mätpunkter



Figur 4.19. De lägsta svängningsmoderna och egenfrekvenserna 1,37 och 1,90 Hz för tornet.

5. DISKUSSION

Med den programvara som utvecklats är det möjligt att detektera sprickor i enkla betongplattor med hjälp av vibrationsmätningar. För mer avancerade konstruktioner finns en potential att vidareutveckla programvaran. För de olika exempel som metoden tillämpats på kan följande sägas.

Betongplatta – Sprickor har kunnat identifieras utifrån vibrationsmätningar och en successivt uppdaterad finit element modell (FEM).

Bågbro av betong – Okända randvillkor har kunnat bestämmas med uppmätta vibrationer. Skadedetektering har ännu inte kunnat genomföras.

Fackverksbro av stål – En viss skadedetektering har kunnat genomföras med vibrationsmätningar. Brons sårbarhet för korrosion och lokala mekaniska skador har studerats.

Förspänd betongbro – Modeller av bron i oskadat och skadat skick (bruks- och brottgränstillstånd) har arbetats fram och resultat från dem har jämförts med uppmätta vibrationer med gott resultat.

Betonghus – En modell av huset i bruksgränstillstånd har tagits fram och resultat från den har jämförts med uppmätta vibrationer med gott resultat.

6. FORTSATT FORSKNING

Mycket forskning pågår runt om i världen och tillgängliga datorer blir allt mer kraftfulla. Detta medför att mer avancerade digitala modeller kan användas för att detektera skador från mätningar med olika typer av sensorer vid tillståndsövervakning (Structural Health Monitoring, SHM). Man har också börjat utveckla digitala tvillingkonstruktioner av verkliga konstruktioner för att kunna simulera olika laster och påverkningar och för att kunna förutsäga tänkbara scenarier.

Fler datorkörningar på olika konstruktioner bör genomföras för att ytterligare utveckla metodiken med uppdatering och skadedetektering.

Natalia Sabourova arbetar på en doktorsavhandling inom området. Förutom en sammanfattning planeras den omfatta följande artiklar:

- (1) Grip & Sabourova (2011): Simple non-iterative calibration for triaxial accelerometers. *Measurement Science and Technology*, Vol. 24, No. 12, 13 p.
- (2) Forsberg, Grip & Sabourova: (2013): Non-iterative calibration for accelerometers with three non-orthogonal axes, reliable measurement setups and simple supplementary equipment. *Measurement Science and Technology*, Vol. 24, No. 3, 14 p.
- (3) Grip, Sabourova & Tu (2017): Sensitivity-based model updating for structural damage identification using total variation regularization. *Mechanical Systems and Signal Processing*, Vol 84, Part A, 1 February 2017, pp 365-383
- (4) Sabourova et al (2017): Regulariseringsprocesser för skadedetektering (pågående).

Artiklarna (1) och (2) togs fram i arbetet med den första delen av detta projekt, Grip (2013). Artiklarna (3) och (4) har utarbetats i den här redovisade andra delen av projektet.

Jens Häggström arbetar vidare med modellering och tillståndsbedömning av fackverksbroar av stål efter att ha presenterat sin licentiatavhandling i december 2016, Häggström (2016).

Niklas Bagge arbetar vidare med modellering och tillståndsbedömning av förspända konstruktioner efter att ha presenterat sin licentiatavhandling i december 2014, Bagge (2014).

I ett EU-projekt *Innovative Intelligent Management of Railways, In 2 Rail*, inom programmet Horisont 2020, deltar avdelningen med utveckling av nya metoder för övervakning och tillståndsbedömning av broar som digital bildanalys och utmattningsregistrering, se Carolin et al. (2016).

Avdelningen arbetar även vidare med att öka tillåten belastning på befintliga konstruktioner genom förbättrad modellering av bärförmågan och genom förstärkningsåtgärder, se t. ex. Nilimaa (2015), Mahal (2015) och Saaed (2015).

7. SLUTSATSER

En förenklad programvara har tagit fram för uppdatering av finita elementmodeller av konstruktioner och för detektering av skador med hjälp av vibrationsmätningar. Programvaran har tillämpats på olika typer av byggkonstruktioner och vibrationsmätningar har utförts.

Möjligheten att detektera sprickor i en betongplatta har förbättrats i förhållande till resultaten i ett tidigare projekt, Grip (2013).

För tre brotyper (en fackverksbro av stål, en bågbro av armerad betong och en balkbro av spännbetong) har finita elementmodeller kunnat uppdateras med hjälp av mätta vibrationer.

För ett torn av betong har uppmätta egenfrekvenser och egenmoder jämförts med en finit elementmodell med god överensstämmelse.

Sammanfattningsvis kan sägas att skadedetektering med hjälp av vibrationsmätningar fungerar bra för enklare skador på små provkroppar. För mer avancerade konstruktioner kan beräkningsmodeller uppdateras, men det återstår fortfarande utvecklingsarbete innan små skador kan detekteras i ett tidigt skede.

LITTERATURFÖRTECKNING

Bagge, Niklas (2014). Assessment of Concrete Bridges. Models and Tests for Refined Capacity Estimates. Licentiate Thesis in Structural Engineering, Luleå University of Technology, 132 pp. ISBN 978-91-7583-163-3.

Bakker, Jaap; Frangopol, Dan M.; and van Breugel, Klaas, editors (2016). Life-Cycle of Engineering Systems: Emphasis on Sustainable Civil Infrastructure. *Proceedings 5th Symposium on Life-Cycle Engineering (IALCCE 2016)*, 16-20 October 2016, Delft, the Netherlands. London: CRC Press/Balkema, 437 pp + USB Card with full papers. ISBN 978-1-138-02847-0.

Casas, J. R., and Rodrigues, F. (2015). Bridge condition and safety based on measured vibration level. *International Association for Bridge and Structural Engineering (IABSE), Proceedings Workshop Helsinki*, Feb 11-12, 2015, pp 12-29. Available at <http://tu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1006424/FULLTEXT01.pdf>

Carolin, Anders; Anderson, Robert; Heissenberger, Roman; Carrasco, Carlos Hermostilla; Schewe, Britta; Nilimaa, Jonny; Blanksvärd, Thomas; Täljsten, Björn and Elfgren, Lennart (2016). Innovative Intelligent Management of Railway Bridges, In2Rail - A European Horizon 2020 Project. In *Proceedings of the 19th Congress of IABSE in Stockholm*, see Elfgren et al (2016), pp 2552-2561.

Doebbling, S. W., Farrar, C. R., & Prime, M. B. (1998). A summary review of vibration-based damage identification methods. *Shock and vibration digest*, pp 91-105.

Elfgren, Lennart; Bagge, Niklas; Nilimaa, Jonny; Blanksvärd, Thomas; Täljsten, Björn; Shu, Jiangpeng; Plos, Mario; Larsson, Oskar; och Sundquist, Håkan (2015). Brottbelastning av en 55 år gammal spännbetongbro i Kiruna - Kalibrering av modeller för tillståndsbedömning: Slutrapport till BBT. Luleå tekniska universitet (LTU), Kungliga tekniska högskolan (KTH), Chalmers tekniska högskola och Lunds tekniska högskola (LTH), 39 + 206 sid.
<http://tu.diva-portal.org/smash/get/diva2:996746/FULLTEXT01.pdf>
<http://tu.diva-portal.org/smash/get/diva2:996746/FULLTEXT02.pdf>

Elfgren, Lennart; Jonsson, Johan; Karlsson, Mats; Rydberg-Forsbeck, Lahja; och Sigfrid, Britt, editors (2016). Challenges in Design and Construction of an Innovative and Sustainable Built Environment. *Proceedings IABSE Congress*, Stockholm, 21-23 September, 2016. International Association for Bridges and Structural Engineering (IABSE), Zürich. 274+2835 pp. ISBN 978-3-85748-144-4.

Enochsson, Ola; Sabourova, Natalia; Elfgren, Lennart and Emborg, Mats (2011). *Gruvvägsbron i Kiruna. Deformationskapacitet*. Teknisk Rapport, Konstruktionsteknik, Institutionen för Samhällsbyggnad och naturresurser, Luleå tekniska universitet, Maj 2011, 108 sid.
<http://tu.diva-portal.org/smash/get/diva2:997801/FULLTEXT01.pdf>

Fan, W., & Qiao, P. (2011). Vibration-based Damage Identification Methods: A Review and Comparative Study. *Structural Health Monitoring*, 10(83).
doi:10.1177/1475921710365419

Forsberg, Thomas; Grip, Niklas och Sabourova, Natalia (2013). Non-iterative calibration

for accelerometers with three non-orthogonal axes, reliable measurement setups and simple supplementary equipment. *Measurement Science and Technology*, 24(3), 14 pages, March 2013. DOI: 10.1088/0957-0233/24/3/035002, Also published as *Research Report No. 8*, Department of Engineering Sciences and Mathematics, Division of Mathematics, Luleå University of Technology, 2012, 29 pp. Available at www.diva-portal.se/smash/get/diva2:976957/FULLTEXT01.pdf.

Friswell, M., & Mottershead, J. (1995). *Finite Element Model Updating in Structural Dynamics*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Grip, Niklas (2013). *Inte bara broar. Vibrationsanalys för tillståndsbedömning*. Slutrapport till SBUF-projekt nr 12513. Stockholm: Svenska Byggbranschens Utvecklingsfond (SBUF), SKANSKA och Luleå tekniska universitet, 90 sid + program. Kan laddas ner från <http://www.sbuf.se/Projekt>

Grip, Niklas and Sabourova, Natalia (2011). Simple non-iterative calibration for triaxial accelerometers. *Measurement Science and Technology*, 22(12), 13 pages, December 2011. Also published in *Research Report No. 7*, Department of Engineering Sciences and Mathematics, Division of Mathematics, Luleå University of Technology, 2011, 15 pp. Available at <http://ltu.diva-portal.org/smash/get/diva2:976691/FULLTEXT02.pdf>

Grip, Niklas; Sabourova, Natalia and Tu, Yongming (2017). Sensitivity-based model updating for structural damage identification using total variation regularization. *Mechanical systems and signal Processing*, Vol 84, Part A, 1 February 2017, pp 365-383, ISSN 0888-3270, E-ISSN 1096-1216, <http://dx.doi.org/10.1016/j.ymsp.2016.07.012>. Preprint 29 pp at <https://arxiv.org/pdf/1602.08137.pdf>

Hedlund, Hans; Grip, Niklas och Blanksvärd, Thomas (2014). Vibrationsanalyser för tillståndsbedömning. *Bygg & Teknik*, Nr 7, Oktober 2014, sid 49-57.

Hong, Wan; Wu, Zhishen; Yang, Caiqian; Wan, Chungfeng; & Wu, Gang (2012). Investigation on the damage identification of bridges using distributed long-gauge dynamic macrostrain response under ambient excitation. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 23(85), pp 85-103, January 2012, doi:10.1177/1045389X11430743

Huang, Zheng; Grip, Niklas; Sabourova, Natalia; Bagge, Niklas; Tu, Yongming; and Elfgren, Lennart (2016). Modelling of damage and its use in assessment of a prestressed bridge. In *Proceedings of the 19th Congress of IABSE in Stockholm*, see Elfgren et al (2016), pp 2093-2108. A longer version was also published 2016-04-30 as a Research Report, Division of Structural Engineering, Luleå University of Technology, 22 pp. <http://ltu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1058535/FULLTEXT01.pdf>

Hägström, Jens (2016a). Evaluation of the Load Carrying Capacity of a Steel Truss Railway Bridge: Testing, Theory and Evaluation. Licentiate Thesis in Structural Engineering, Luleå University of Technology, 142 pp. ISBN: 978-91-7583-740-6 (pdf). Available at <http://ltu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1040790/FULLTEXT01.pdf>.

Hägström, Jens; Blanksvärd, Thomas and Täljsten, Björn (2016b). Bridge over Åby River – Evaluation of full scale testing. Technical Report, Division of Structural Engineering, Luleå

University of Technology, 134 p. Published on the web 2017, <http://ltu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1068126/FULLTEXT03.pdf>

ML-D1.3 (2015). New technologies to extend the life of elderly rail infrastructure. Deliverable 1.3 in the EC-project MAINLINE, First ed. 2013, revised ed. 2015, 194 pp. Available at <http://www.mainline-project.eu/Results,7.html>

Morassi, A. & Vestroni, F. (2008). *Dynamic Methods for Damage Detection in Structures*. Wien, New York: Springer.

Nilimaa, Jonny (2015). Concrete Bridges. Improved load Capacity. Doctoral Thesis in Structural Engineering, Luleå University of Technology, 180 pp, ISBN 978-91-7583-344-6.

Nilimaa, Jonny; Blanksvärd, Thomas och Elfgren, Lennart (2016). Kunskapsåterföring av erfarenheter från MAINLINE. Verktyg och metoder för att förbättra den svenska järnvägsinfrastrukturen – Svenska Byggbranschens Utvecklingsfond, SBUF, Projekt 13139, Slutrapport, 138 sid. <http://ltu.diva-portal.org/smash/get/diva2:998403/FULLTEXT01.pdf>

Nocedal, J., & Wright, S. J. (2006). *Numerical Optimization*. New York: Springer.

Mahal, Mohammed Salih Mohammed (2015). Fatigue Behaviour of RC Beams Strengthened with CFRP. Analytical and Experimental Investigations. Doctoral Thesis in Structural Engineering, Luleå University of Technology. 138 pp. ISBN 978-91-7583-234-0

Paulsson, Björn; Bell, Brian; Schewe, Britta; Jensen, Jens Sandager; Carolin, Anders; and Elfgren, Lennart (2016). Results and Experiences from European Research Projects on Railway Bridges. *19th IABSE Congress Stockholm 21-23 September 2016: Challenges in Design and Construction of an Innovative and Sustainable Built Environment*, Zürich, 2016, pp. 2570 – 2578. ISBN 978-3-85748-144-4, see Elfgren et al. (2016) Available at <http://ltu.diva-portal.org/smash/get/diva2:1015045/FULLTEXT01.pdf>

Sabourova, Natalia (2010). Dynamic response of the Gruvvägsviadukten bridge. Appendix (24 pp) of the *Research Report* “Gruvvägsbron i Kiruna. Deformationskapacitet” by Ola Enochsson, Natalia Sabourova, Lennart Elfgren and Mats Emborg, Department of Civil and Environmental Engineering, Division of Structural Engineering, Luleå University of Technology, May 2011, 108 pp. Available at <http://ltu.diva-portal.org/smash/get/diva2:997801/FULLTEXT01.pdf>

Sabourova, Natalia; Tu, Yongming; Grip, Niklas; Enochsson, Ola; Ohlsson, Ulf; Nilsson, Martin; and Elfgren, Lennart (2016). *Railway Concrete Arch Bridge over Kalix River at Långforsen. Dynamic Properties and Load-Carrying Capacity*. Research Report, Division of Structural Engineering, Department of Civil, Environmental and Natural Resources Engineering Luleå University of Technology, SE-971 87 Luleå, Sweden. To be published

Saaed. Tarek Edres (2015). Structural Control and Identification of Civil Engineering Structures. Doctoral Thesis in Structural Engineering, Luleå University of Technology, 314 pp, ISBN 978-91-7583-241-8.

Schlune, Henrik, Plos, Mario, & Gylltoft, Kent (2009). Improved bridge evaluation through finite element model updating using static and dynamic measurements. *Engineering Structures*, 31(7), 1477–1485. doi:10.1016/j.engstruct.2009.02.011

Tang, L., Luo, X., Liu, Z., Liu, Y., He, T., & Fang, D. (2012). Octonion structural response vector and potential structural damage identification method. *International Journal of Damage Mechanics*, 22(572). <http://ijd.sagepub.com/content/22/4/572.full.pdf+html>

Wang, Chao; Wang, Zhilan; Zhang, Jiwen; Tu, Yongming; Grip, Niklas; Ohlsson, Ulf; and Elfgren (2016). FEM-based research on the dynamic response of a concrete railway arch bridge. *19th IABSE Congress Stockholm 21-23 September 2016: Challenges in Design and Construction of an Innovative and Sustainable Built Environment*, Zürich, 2016, pp. 2472 – 2479. ISBN 978-3-85748-144-4, see Elfgren et al (2016), Available at <http://www.diva-portal.org/smash/get/diva2:1077127/FULLTEXT01.pdf>

Appendix (PÅ ENGELSKA)

Innehåll	31
A. Introduktion	34
B. Betongplatta	38
C. Bågbro av betong över Långforsen i Kalix älv	45
D. Stålfackverk över Åby älv	49
E. Förspänd betongbro vid gruvan i Kiruna	50
F. Betongbyggnad med nio våningar i Luleå	67
G. Optimering av Kirchhoff-platta	80
H. Kalibrering av accelerometrar	93
I. Uppdateringsmetoder för finita elementmodeller (FEM)	95
J. Källkod för program	116
K. Uppdatering av modell av skador med variationsmetod	241
L. Modellering av skador i förspänd betongbro	266
Referenser	283
Sakregister	287